

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko
Oddelek za fiziko

SEMINAR

Gravitacijsko lečenje

Avtor: Luka Šantelj
Mentor: prof. dr. Andrej Čadež

25. april 2008

POVZETEK

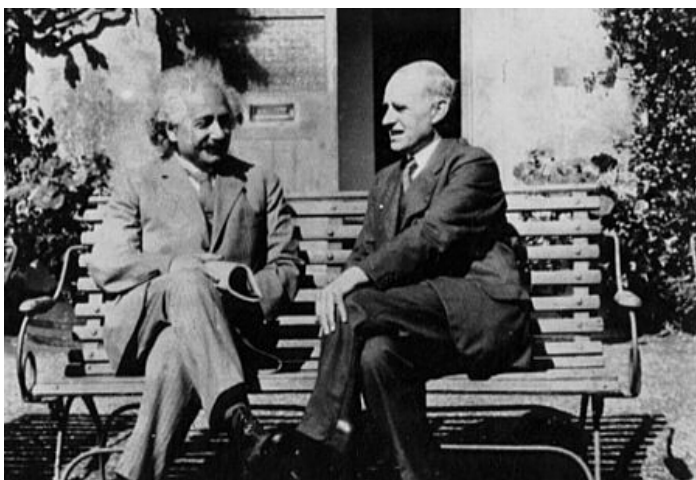
Namen seminarja je bralca seznaniti z osnovami gravitacijskega lečenja in možnimi aplikacijami, ki jih ponuja. Teoretično obdelamo odklon svetlobe ob prisotnosti šibkega gravitacijskega polja. Iz osnovnih enačb teorije lečenja, tu gre predvsem za geometrijske konstrukcije, izpeljemo odklon na točkasti masi ter predstavimo osnove lečenja na razsežnih objektih. Po teoretičnem uvodu obdelavo razdelimo na mikrolečenje ter močno in šibko lečenje.

Kazalo

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Uvod | 3 |
| 2 | Odklon svetlobe | 5 |
| 2.1 | Enačba leče | 7 |
| 3 | Modeli leč | 8 |
| 3.1 | Točkasta masa | 8 |
| 4 | Mikrolečenje | 10 |
| 4.1 | Iskanje temne snovi z mikrolečenjem | 10 |
| 4.2 | Iskanje planetov | 12 |
| 5 | Lečenje na galaksijah in jatah galaksij | 13 |
| 5.1 | Močno lečenje | 14 |
| 5.1.1 | Časovni zamik med slikami | 14 |
| 5.2 | Šibko lečenje | 15 |
| 6 | Zaključek | 17 |

1 Uvod

Ena od napovedi Einsteinove splošne teorije relativnosti je odklon svetlobnih žarkov v gravitacijskem polju. Čeprav je bilo to odkrito šele v 19. stoletju, so o tem razmišljali že veliko prej, med drugimi tudi Newton in Laplace. Hanry Cavendish, ob predpostavki, da svetlobo sestavljajo materialni delci izračuna velikost tega odklona z uporabo Newtonove gravitacije. Svojih rezultatov ni objavil in nekateri osebni zapisi so bili najdeni šele 200 let pozneje. Tako kot prvi izračun objavi nemški fizik in astronom Johhan Soldner (1804), ki izračuna odklon žarka v gravitacijskem polju Sonca. Kasneje Alebert Einstein (1911) z uporabo načela ekvivalence* pride do enakega rezultata. Še kasneje (1915) pa s takrat že znanimi enačbami splošne teorije relativnosti napove dvakrat večji odklon. Einstein napove, da se žarki, ki ravno še oplazijo površino sonca odlonijo za $1.7''$. Ta rezultat je leta 1919 tudi eksperimentalno potrjen z meritvami spremembe lege Soncu navidezno bližnjih zvezd med Sončevim mrkom (Arthur Eddington (1920), slika 1). To ujemanje med Einsteinovo napovedjo in meritvami je bilo morda najpomembnejši korak k sprejetju splošne teorije relativnosti kot pravilne teorije gravitacije. Odklanjanje svetlobe ob prisotnosti masivnih teles in rezultirajoče pojave danes imenujemo *gravitacijsko lečenje*.



Slika 1: Levo Albert Einstein in Arthur Eddington med pogovorom v Cambridgeu, desno princip Eddingtonove merive odklona svetlobe. Sonce ukrivi prostor-čas v okolici in s tem tudi svetlobne žarke, položaj zvezd blizu sončevega roba se zato navidezno spremeni.

Eddington (1920) pripomni, da bi bilo lahko pod določenimi pogoji možnih več poti svetlobe od izvora do opazovalca. To pomeni, da bi opazovalec videl več slik istega izvora. Pojavijo se ideje opazovanja omenjenega fenomena pri lečenju svetlobe zvezd na bližnjih zvezdah. Einstein (1936) ugotovi, da je verjetnost take detekcije zelo majhna. Kotna razdalja med nastalimi slikami bi bila namreč veliko manjša od ločljivosti teleskopov.

Švicarski astronom Fritz Zwicky (1937) nato povzdigne gravitacijsko lečenje iz radovednosti v področje z velikim potencialom, ko izpostavi, da bi bile lahko slike oddaljenih objektov lečenih na galaksijah dovolj narazen za detekcijo. Zwicky povdari tudi možno povečavo slike, ki nastane pri takem lečenju, kar bi nam omogočilo detekcijo sicer nedosegljivih izvorov, in pa možno "tehtanje galaksij".

*Načelo ekvivalence pravi, da opazovalec ne more razlikovati med prisotnosjo gravitacijske sile in pospešenjem sistema v katerem se nahaja.

Praktično vse Zwickyjeve napovedi so se kasneje uresničile in lečenje na galaksijah je eno vodilnih podpodročij gravitacijskega lečenja. Danes imamo najboljše ocene mase centralnih območij galaksij dobljene prav z študijami lečenja svetlobe oddaljenejših izvorov.

Vse te ideje so bile zgolj špekulacija, do odkritja prvega primera gravitacijskega lečenja. Walsh, Carswell in Weymann (1979) odkrijejo kvazar QSO 0957+561A.B., ki sestoji iz dveh slik ločenih za 6'', za kateri se kasneje izkaže, da pripadata istemu izvoru. Od takrat so odkrili še veliko takih sistemov in število še narašča.

Do naslednjega pomembnega koraka pride leta 1986, ko Poljski astronom Bohdan Paczynski oživi idejo lečanja zvezd na zvezdah. Pokaže, da je v vsakem trenutku svetloba ene na milijon zvezd Velikega Magellanovega oblaka zaradi lečenja na zvezdi v haloju naše galaksije ojačana dovolj za možno detekcijo. Pojave te vrste imenujemo *mikrolečenje*. To področje se je preko začetnih težav z možnostjo detekcije z napredkom tehnologije razvilo v eno najboljših metod študija narave in porazdelitve mase v naši galaksiji.

Gravitacijsko lečenje na jatah galaksij je bilo teoretično obdelano še pred prvim odkritjem, v opazovalno realnost pa stopi z odkritjem velikih modrih lokov v jatah galaksij A 370 in C1224. Paczynski (1987) razloži omenjene loke kot deformirane slike galaksij, lečenih na osprednji jati. Ta razlaga je potrjena s prvimi meritvami rdečih premikov lečenih galaksij, ki so znanatno večji od rdečega premika jate.

Kot nakazuje ta kratek uvod, se gravitacijsko lečenje manifestira v zelo širokem in zanimivem spektru pojavov.

2 Odklon svetlobe

Razširjanje svetlobe v poljubno ukrivljenih prostor-časih je zahteven teoretični problem in v splošnem zahteva reševanje enačb Splošne teorije relativnosti. V večini problemov lečenja je velikost leče veliko manjša od dimenzij celotnega sistema in pot svetlobe od izvora preko leče, do opazovalca lahko razdelimo na tri dele. V prvem, med izvorom in lečo privzamemo nemoten raven prostor-čas. V drugem, v bližini leče, se svetloba odkloni in nato spet potuje po nemotenem prostor-času do opazovalca. V bližini leče, ob prisotnosti šibkega gravitacijskega polja se metrični tenzor prepíše v ([7]):

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{2\Phi}{c^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 - \frac{2\Phi}{c^2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1 - \frac{2\Phi}{c^2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(1 - \frac{2\Phi}{c^2}) \end{pmatrix} \quad (1)$$

Ta pristop je upravičen če je Newtonov potencial Φ majhen, $|\Phi| \ll c^2$, kar je v praktično vseh primerih lečenja res (jate galaksij imajo tipično $|\Phi| < 10^{-4}c^2$). Potencial Φ postane primeljav s c^2 le v bližnjih območjih črnih lukenj, vendar odklon žarkov v tem območju nima bistvene vloge pri efekih lečenja. Relativna napaka, ki jo zagrešimo zaradi privzetka šibkega gravitacijskega polja pri mikrolečenju na črni luknji je tipično reda 10^{-14} , kar je mnogo pod vplivi drugih dejavnikov ([11],[12]).

Do poti žarka ob prisotnosti gravitacijskega polja lahko pridemo s Hamiltonovim principom, ki pravi, da prost delec potuje po najkrajši poti med dvema točkama (geodetki). Z $x^\mu = (ct, x, y, z)$ označimo položaj delca (fotona) in variacijo akcije S zapišemo kot:

$$\delta S = \delta \int_{x_1^\mu}^{x_2^\mu} \sqrt{g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu} d\sigma = \delta \int_{x_1^\mu}^{x_2^\mu} L(x^\mu, \dot{x}^\mu, \sigma) d\sigma = 0, \quad (2)$$

kjer smo s σ parametrizirali pot delca, s piko pa označili odvod po parametru σ . Pokažemo lahko, da vsak Lagrangian L' , ki je funkcija Lagrangiana L vodi do enake poti delca ([8]). V nadaljevanju tako zaradi enostavnosti uporabimo $L' = \frac{1}{2}L^2$. Enačbo geodetke nam podajajo Euler-Lagrangeve enačbe, ki se ob upoštevanju sumacijskega pravila zapišejo kot:

$$\frac{d}{d\sigma} \frac{\partial L'}{\partial \dot{x}^\mu} - \frac{\partial L'}{\partial x^\mu} = g_{\mu\nu} \ddot{x}^\nu + \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} \dot{x}^\lambda \dot{x}^\nu - \frac{1}{2} \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^\mu} \dot{x}^\lambda \dot{x}^\nu = 0. \quad (3)$$

Tangento na pot delca označimo z $u^\mu = (u^0, \vec{u}) = \frac{dx^\mu}{d\sigma} = \dot{x}^\mu$ in vstavimo $g_{\mu\nu}$ (1) v zgornjo enačbo. Za komponento $\mu = 0$ dobimo (zadnji člen v (3) odpade ker Φ ni eksplicitno odvisen od časa):

$$\frac{d}{d\sigma} \left(u^0 \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2} \right) \right) = 0, \quad (4)$$

kar pomeni, da je u^0 v ničtem redu Φ/c^2 konstanta gibanja. Za krajevne koordinate $\mu = i$ pa se (3) prepíše v:

$$-\left(1 - \frac{2\Phi}{c^2} \right) \frac{du^i}{d\sigma} + \frac{2}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x^j} u^j u^i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x^i} u^\nu u^\nu = 0, \quad (5)$$

kjer indeks j označuje le krajevne koordinate četverca.

Sedaj upoštevajmo naslednje premisleke:

- Za svetlobni žarek velja $ds = \sqrt{g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu}d\sigma = 0$, iz česar v ničtem redu Φ/c^2 preberemo $(u^0)^2 = |\vec{u}|^2$. Od tod sledi:

$$u^\nu u^\nu = (u^0)^2 + |\vec{u}|^2 = 2|\vec{u}|^2 . \quad (6)$$

- Pišimo krajevni dolžinski element poti žarka kot $dl = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}d\sigma = |\vec{u}|d\sigma$ in odvod po σ zamenjajmo z $\frac{dl}{d\sigma} \frac{d}{dl} = |\vec{u}| \frac{d}{dl}$.
- \vec{u} pišimo kot $|\vec{u}|\vec{e}$, kjer je \vec{e} enotski vektor v smeri \vec{u} .

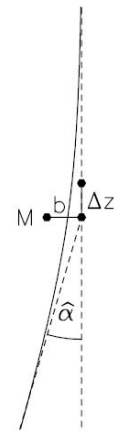
in enačbo (5) napišimo v vektorski obliki:

$$\frac{d\vec{e}}{dl} = \frac{2}{c^2}(\vec{e} \cdot \vec{\nabla}\Phi)\vec{e} - \frac{2}{c^2}\vec{\nabla}\Phi = -\frac{2}{c^2}\vec{\nabla}_\perp\Phi \quad (7)$$

Člen $(\vec{e} \cdot \vec{\nabla}\Phi)\vec{e}$ je ravno komponenta gradienta v smeri vektorja \vec{e} , torej ostane le komponenta gradienta, ki je pravokotna na \vec{e} , kar smo označili z $\vec{\nabla}_\perp$. Od tod z integracijo po l izpeljemo enačbo odklonskega kota:

$$\vec{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int \vec{\nabla}_\perp\Phi dl . \quad (8)$$

V praktično vseh zanimivih primerih je odklonski kot zelo majhen. To nam omogoča, da uporabimo znano Bornovo aproksimacijo iz teorije sipanja. Integracijo po dejanski odklonjeni poti žarka zamenjamo z integracijo po poti neodklonjenega žarka z vpadnim parametrom b . Kot primer si pogledjmo odklon v gravitacijskem polju točkaste mase M , ki ga prikazuje desna slika. Z b označimo vpadni parameter žarka, os z pa postavimo v smeri začetne hitrosti žarka.



Slika 2: Geometrija odklona žarka na točkasti masi. (vir: [1])

Newtonov potencial in njegov gradient se zapišeta kot:

$$\Phi(b, z) = -\frac{GM}{(b^2 + z^2)^{1/2}} , \quad \nabla_\perp\Phi(b, z) = \frac{GM\vec{b}}{(b^2 + z^2)^{3/2}} . \quad (9)$$

Vektor \vec{b} je pravokoten na pot nezmotenega žarka in kaže proti masi M . Odklonski kot je torej

$$\alpha = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \nabla_\perp\Phi dz = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (10)$$

Če se spomnimo še definicije Schwarzschildovega radija točkaste mase $R_s = 2GM/c^2$, pišemo $\alpha = 2R_s/b$. Potrdimo lahko prej omenjeni rezultat odlona žarkov ki oplazijo sončevo površino ($R_{s\odot} = 2.95km$, $R_\odot = 7 \times 10^5km$), torej $\alpha = 0.84 \times 10^{-5} \text{radianov} = 1.7''$.

2.1 Enačba leče

Tipično geometrijo lečenja prikazuje slika 3. Kot smo že omenili so običajno razdalje med izvorom, lečo in opazovalcem zelo velike v primerjavi z fizično velikostjo leče. Lečo lahko aproksimiramo z porazdelitvijo mase v ravnini. Naj bo ta pri rdečem zamiku z_L , ki ustreza kotni oddaljenosti D_L . Leča odklanja žarke iz izvora pri rdečem zamiku z_I (ali kotni oddaljenosti D_I).

Najprej definirajmo optično os, označeno s črtkano črto, kot pravokotnico na ravnino leče in zveznico z opazovalcem. Izvor naj leži na kotni razdalji $\vec{\beta}$ od optične osi. Zaradi odklona žarka za kot $\vec{\alpha}$, opazovalec vidi izvor na kotnem položaju $\vec{\theta}$. Če so omenjeni koti majhni, jih povezuje preprosta relacija, dobljena iz geometrijske konstrukcije, imenovana enačba leče:

$$\vec{\theta}D_I = \vec{\beta}D_I + \vec{\alpha}D_{LI} \quad (11)$$

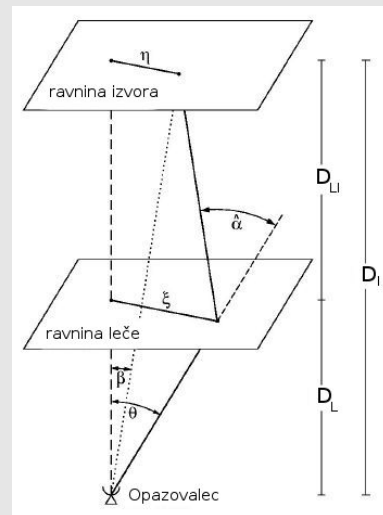
Enačba je očitno zelo preprosta, vsa fizika pa se skriva v odvisnosti $\vec{\alpha}$ od $\vec{\theta}$.

Preprosta relacija iz Evklidove geometrije [*fizična velikost*] = [*kotna velikost*] · [*razdalja*] ne velja v urivljenjih prostorih. Vseeno lahko definiramo razdalje tako, da ohranimo to zvezo in s tem tudi enačbo leče. Tako definirane razdalje niso več aditivne $D_L + D_{LI} \neq D_I$, imenujemo jih razdalje kotne velikosti [6].

Rdeči premik z je definiran kot:

$$1 + z = \frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\alpha_0}{\alpha},$$

kjer smo z ν označili frekvenco fotona, z ν_0 pa njegovo frekvenco ob trenutku, ko je bil izsevan. Vzrok spremembe frekvence je širjenje vesolja, ki ga podaja α , t.i. *scale factor*.



Slika 3: Skica sistema lečenja. (vir: [3])

3 Modeli leč

Eden osnovnih ciljev teorije lečenja je določiti katere kombinacije leč in izvorov lahko reproducirajo določeno sliko. Za reševanje tega problema se večinoma uporabljajo analitični modeli leč. Prednost teh je, da so zelo preprosti, kar nam omogoča, da razmeroma enostavno pridemo do lastnosti deformiranih slik. Obstaja veliko modelov, ki boljše ali slabše opišejo lečenje na različnih skalah.

Kompaktne objekte, kot so planeti, zvezde, črne luknje in MACHO[†]-ti običajno aproksimiramo s točkastimi lečami. Najpreprostejši modeli za opis objektov z nezanemarljivo kotno velikostjo pa so tisti z aksialno simetrijo glede na optično os. Ti za opis večine astrofizikalni objektov niso prav zelo realistični in eliptični modeli se v večini primerov izkažejo kot primernejši. Tu si bomo ogledali le primer točkaste mase kot leče.

3.1 Točkasta masa

Poglejmo si kako vidi opazovalec točkast izvor, ki leži na kotnem položaju $\vec{\beta}$, če je med njima točkasta leča z maso M . Odklonski kot α imamo za ta primer že izračunan (enačba (10)). Vstavimo ga v enačbo leče (11) in vpadni parameter b izrazimo s kotom θ , $b = D_L\theta$ (zaradi aksialne simetrije vektorski znaki niso potrebni, vsi koti kažejo v smeri \vec{b}).

$$\beta = \theta - \frac{4GMD_{LI}}{c^2 D_L D_I \theta} \quad (12)$$

Vse konstante v drugem členu poberimo v definicijo Einsteinovega premera θ_E in prepisimo zgornjo enačbo:

$$\theta_E \equiv \sqrt{\frac{4GMD_{LI}}{c^2 D_L D_I}} \Rightarrow \beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad (13)$$

Za izvor pri kotnem položaju β je torej položaj slik (θ) določen z enačbo

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0, \quad (14)$$

katere rešitvi sta:

$$\theta_{\pm} = \frac{1}{2}(\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}) \quad (15)$$

Izvor se preslika v dve sliki. Ko izvor premikamo stran od leče (večamo β) se ena slika približuje leči, druga pa se približuje izvoru ($\theta \rightarrow \beta$). V primeru, ko se izvor nahaja točno za lečo je $\beta = 0$ in iz enačbe (14) vidimo $\theta = \theta_E$, izvor se preslika v prstan s premerom θ_E (slika 4).

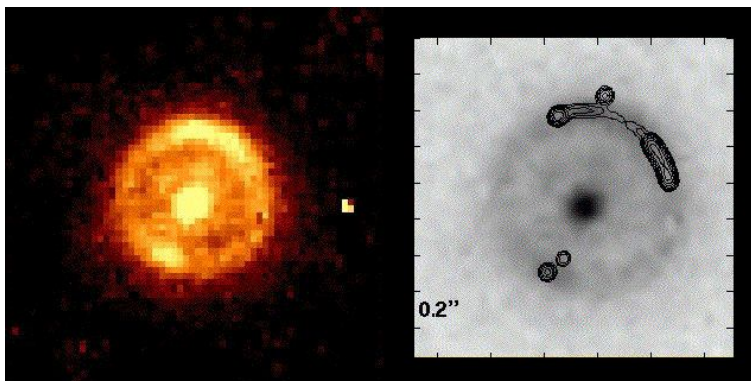
Za oceno reda velikosti Einsteinovega premera uporabimo enačbo:

$$\theta_E \approx 1'' \left(\frac{M}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{D}{Gpc} \right)^{-1/2} \quad (16)$$

Kjer $D \equiv D_L D_I / D_{LI}$ imenujemo efektivna razdalja lečenja, z M_{\odot} pa označimo maso Sonca ($10^{12} M_{\odot}$ je masa nekoliko večje galaksije ali manjše skupine tipičnih galaksij).

Einsteinov premer določa velikostno skalo na kateri se odražajo efekti lečenja. Pri pojavu večih slik je tipična kotna razdalja med njimi $2\theta_E$. Iz enačbe (16) vidimo, da je ta razdalja premajhna za detekcijo, če leča ni masivnejša od $\sim 10^6 M_{\odot}$ (za izvor na kozmoloških razdaljah, reda Gpc).

[†]Massive astrophysical compact halo object (objekti kot črne luknje, rjave pritlikavke, planeti, temnejše zvezde...)



Slika 4: Primer Einsteinovega prstana (B1938+666), levo slika s Hubblovega vesoljskega telesokopa v bližnjem infrardečem območju, desno ista slika v radijskem območju (5GHz). Velikost prstana je približno 1''. (vir: [2])

Glede na velikosti Einsteinovega premera leč in razsežnosti izvorov bomo nadaljno obdelavo razdelili na tri sklope, mikrolečenje ter šibko in močno lečenje. Pred tem omenimo še eno pomembno lastnost lečenja, in sicer ojačanje sprejetega svetlobnega toka.

Gravitacijski odklon svetlobe ohranja površinsko svetlost, medtem ko se kotna velikost pri preslikavi ne ohranja. Ojačanje sprejetega toka je sorazmerno razmerju kotnih velikosti slike in izvora (slika 6):

$$\mu = \frac{\theta \delta}{\beta \delta} \frac{d\theta}{d\beta} = \frac{\theta}{\beta} \frac{d\theta}{d\beta} \quad (17)$$

Za primer točkaste mase iz zgornje enačbe dobimo:

$$\mu_{\pm} = \frac{x^2 + 2}{2x\sqrt{x^2 + 4}} \pm \frac{1}{2}, \quad (18)$$

kjer smo pisali $x = \beta/\theta_E$. V limiti ko pošljemo β proti neskončno, gre ojačanje slike, ki se približuje leči proti nič, druge, ki se približuje izvoru pa proti ena (lečenje razsežnega izvora na točkasti leči prikazuje slika 5). Kotno oddaljeni izvori so nelečeni. Za ojačanje izvora, ki leži pri $\beta = \theta_E$ nam zgornja enačba da $\mu = |\mu_+| + |\mu_-| = 1.34$. Če so Einsteinovi radiji manjši od ločljivosti teleskopa se obe sliki seštejeta v eno, katere magnituda je za 0.3 svetlejša, kot bi bila brez lečenja. Ojačanje je odvisno od položaja izvora in v primerih, ko se ta glede na lečo giblje zaznamo tudi spremembo svetlosti.

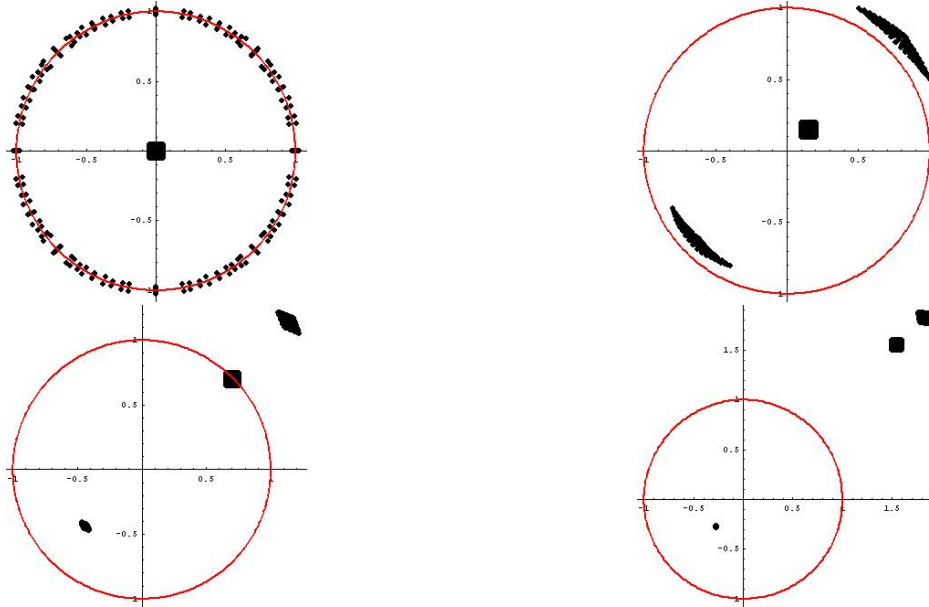
Podajmo še kratek razmislek o obdelavi lečenja na razsežnih lečah. Najprej izračunamo projekcijo mase na ravnino leče kot

$$\Sigma(\vec{\xi}) = \int \rho(\vec{\xi}, z) dz, \quad (19)$$

kjer je $\vec{\xi}$ vektor v ravnini leče, ρ pa gostota na danem položaju. Celoten odklonski kot pri $\vec{\xi}$ lahko sedaj napišemo kot vsoto odklonov zaradi posameznih delov mase:

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}') \Sigma(\vec{\xi}')}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}'|^2} d^2\xi' \quad (20)$$

Nadalje postopamo tako kot smo že do sedaj, odklonski kot $\vec{\alpha}$ vstavimo v enačbo leče in njene rešitve podajajo lego ter deformacijo slik.



Slika 5: Primeri lečenja razsežnega izvora na točkasti masi za različne položaje izvora. Rdeč krog označuje Einsteinov radij, črn kvadrat izvor, ostalo pa opažene slike. Ko se izvor oddaljuje od leče postaja njen vpliv vse manjši (slike narejene z reševanjem enačbe leče v Mathematici).

4 Mikrolečenje

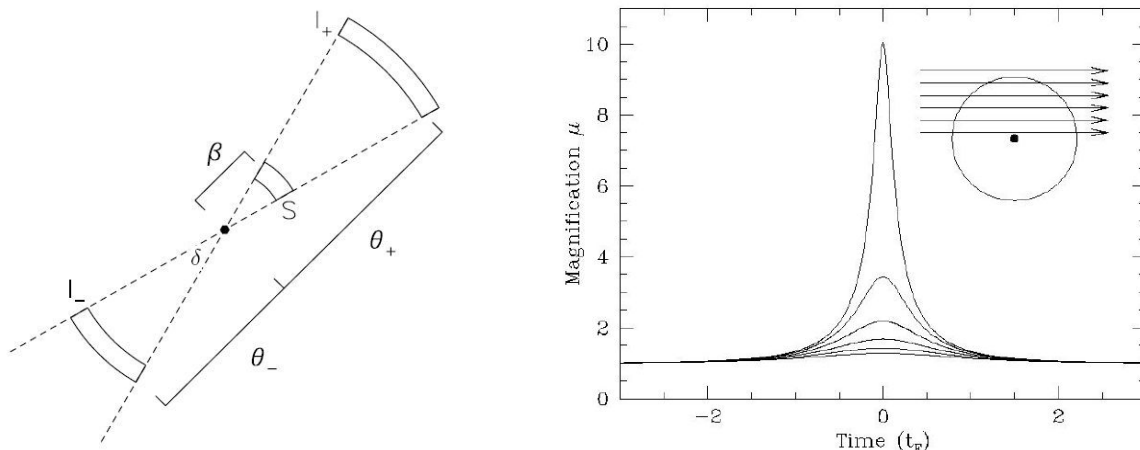
V prejšnjem poglavju smo opisali lečenje točkaste mase. Ta preprost model je uporaben predvsem za opis pojavov mikrolečenja. Ti nastanejo pri lečah katerih velikost je mnogo manjša od skale celotnega sistema lečenja in izvorih kateri so mnogo manjši od Einsteinovega radija leč. Primeri takih leč so zvezde, planeti in drugi "plavajoči" objekti v galaksiji, izvorov pa predvsem zvezde in zelo oddaljeni svetli objekti (npr. kvazarji). Mase takih leč so tipično v rangi $10^{-6} \leq M/M_{\odot} \leq 10^6$ in pripadajoči Einsteinovi radiji manjši od mililodne sekunde. Pri tako majhnem θ_E pojava mikrolečenja ne moremo detektirati preko deformacije slike, zato se poslužimo druge omenjene lastnosti, ojačanja svetlosti.

Zemlja in zvezde v naši galaksiji se vrtijo okrog njenega središča. Tako se potencialne leče v galaksiji gibljejo glede na zunanje izvore. Relativne hitrosti so takšne, da so karakteristični časi lečenja reda nekaj tednov ali manj. Karakteristični čas definiramo kot čas, ki ga izvor porabi za prečkanje Einsteinovega radija leče, torej $t_E = D_L \theta_E / v_{\perp}$ (v_{\perp} je komponenta hitrosti izvora, pravokotna na zveznico izvora in opazovalca). Krivulje ojačanja v primeru točkastega izvora in leče, za različne vpadne parametre prikazuje slika 6.

4.1 Iskanje temne snovi z mikrolečenjem

Na osnovi ideje Pacynskega (1986, [13]), je veliko skupin skušalo izmeriti gostoto in skupno maso kompaktnih objektov v haloju naše galaksije, t.i. MACHO-tov, možnih kandidatov za temno snov v galaksiji.

Ideja Pacynskega je bila opazovati milijone zvezd v Velikem Magellanovem oblaku in iskati pojave mikrolečenja na objektih v haloju naše galaksije. Ko pride tak objekt pred oddaljeno zvezdo zaznamo spremembo njene svetlosti. Ob poznavanju drugih parametrov lahko število teh dogodkov prevedemo na gostoto leč, čas njihovega trajanja pa na maso leč.



Slika 6: Levo: lečenje preslika razsežen izvor pri β v dve slike, I_- in I_+ . Ker je ojačanje svetlobnega toka kar sorazmerno razmerju velikosti slike in izvora, hitro vidimo enačbo (17). Desno: Svetlobne krivulje točkastega izvora lečenega na točkasti masi, za različne kotne oddaljenosti izvora in leče. Črna pika označuje lečo, krog Einsteinov radij in puščice pot izvora preko leče. Krivulja največjega ojačanja ustreza poti, ki je najbližje leči. (vir: [1])

Magellanov oblak je ugodna izbira, ker v njem lahko razločimo posamezne zvezde, poleg tega sta njegova razdalja in hitrost glede na našo galaksijo dobro znani.

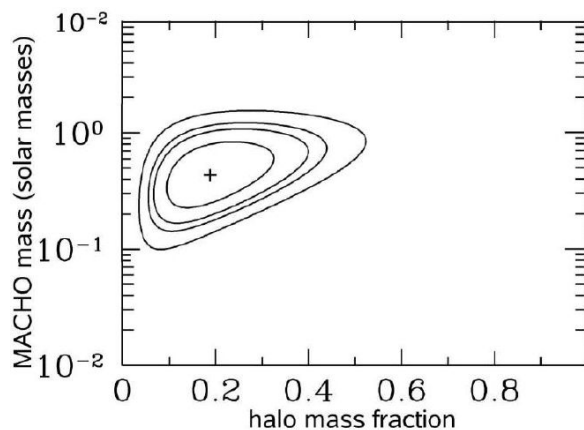
S kratkim računom se da pokazati, da je ob danem trenutku verjetnost da se zvezda Magellanovega oblaka nahaja v Einsteinovem radiju leče v haloju naše galaksije reda 10^{-6} ([13]). Približno ena na milijon zvezd je lečena, njena magnituda se na časovni skali t_E spremeni najmanj za 0.34. Za mikroleče v haloju galaksije ($D_L \sim 10 \text{ kpc}$, $v_{\perp} \sim 200 \text{ km/s}$) t_E ocenimo kot:

$$t_E \approx 6 \times 10^6 \text{ s } (M/M_{\odot})^{1/2} \approx 0.2 \text{ leta } (M/M_{\odot})^{1/2} \quad (21)$$

Iskanje takega signala mikrolečenja je vse prej kot lahka naloga. Zahteva opazovanje milijonov zvezd z dobro časovno ločljivostjo in iskanje fluktuacij v njihovi svetlosti. Poleg tega težavo predstavlja veliko število spremenljivih zvezd, katerih spremembe svetlosti ne gre pripisati dogodkom mikrolečenja in jih je zato potrebno izločiti iz obdelave. V osnovi se svetlobne krivulje spremenljivih zvezd in dogodkov mikrolečenja ločijo v treh značilnostih:

- Svetlobne krivulje pri mikrolečenju so simetrične glede na vrh ojačanja, kar za spremenljive zvezde tipično ne drži.
- Ojačanje pri mikrolečenju je neodvisno od frekvence. Faktor ojačanja je v vseh barvnih filterih enak.
- Če med opazovanjem posamezne zvezde zaznamo več vrhov ojačanja gre skoraj zagotovo za spremenljivo zvezdo, kajti verjetnost, da bi bila zvezda dvakrat lečena je zelo majhna.

V zadnjih petnajstih letih so z razvojem CCD kamer in računalnikov projekti iskanja dogodkov mikrolečenja postali mogoči. Tako je naprimer skupina pod imenom MACHO opazovala 12 milijonov zvezd v smeri Magellanovega oblaka skoraj 6 let. Zaznali so ~ 15 pojavov mikrolečenja, trajajočih od 2 pa do 400 dni ([2]).



Slika 7: Rezultati raziskovalne skupine MACHO. Na abscisi je delež mase haloja, ki ga predstajajo MACHO-ti, na ordinati pa njihova masa v masah Sonca. Krivulje prikazujejo območja različnih stopenj zaupanja, od 60% pa do 99%. (vir: [2])

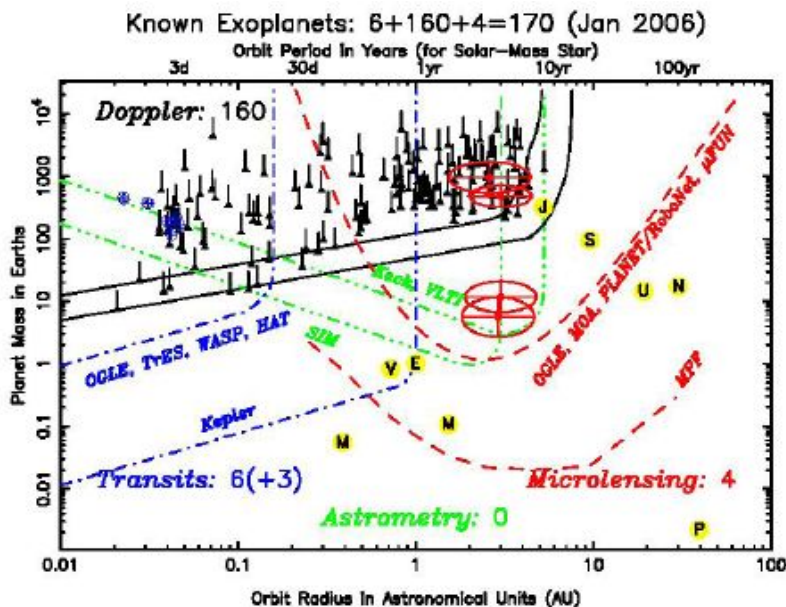
Zaključek iz teh opazovanj je, da MACHO-ti predstavljajo med 8 in 50% mase haloja rimske ceste (na stopnji zaupanja 95 procentov), njihova masa pa je najverjetneje med $0.15M_{\odot}$ in $0.9M_{\odot}$. Povzetek teh rezultatov prikazuje slika 7.

Rezultati večih skupin so si tu enotni, četudi so vsi zaznali prisotnost MACHO-tov v haloju galaksije, ti ne predstavljajo zadostne mase za razlago temne snovi. Galaksije so potopljene v haloje temne snovi, katerih le manjši del sestavljajo kompaktni objekti.

4.2 Iskanje planetov

Če pride do lečenja na zvezdi okrog katere kroži planet, se svetlobna krivulja izvora za sistemom planet-zvezda razlikuje od tiste na sliki 6. Prisotnost planeta se na tej krivulji pozna kot majhna perturbacija.

Detekcija takih anomalij na svetlobnih krivuljah, izmerjenih med mikrolečenjem je ena izmed metod iskanja planetov. Doslej so z njo odkrili štiri planete, katerih mase so v rangu od dveh pa do desetih mas Zemlje. Slika 8 prikazuje porazdelitev odkritih planetov glede na radij orbite in maso. Črte označujejo območja na katerih jih lahko s posamezno metodo detektiramo. Zgornja rdeča črtkana črta prikazuje občutljivost današnjih detektorjev mikrolečenja, spodnja pa bodočega MPF (Microlensing planet finder). Kot vidimo je metoda z mikrolečenjem edina primerna za odkrivanje planetov z majhno maso.



Slika 8: Do sedaj odkriti planeti. Planete odkrite preko mikrolečenja označujejo rdeče elipse, rumeni krogi pa označujejo planete našega osončja. (vir: [2])

5 Lečenje na galaksijah in jatah galaksij

Obdelava lečenja na razsežnih strukturah je precej zahtevnejša od relativno preproste slike mikrolečenja. Leče kot so galaksije ali jate galaksij, zahtevajo bogatejše modele, z veliko več parametri, a obenem ponujajo tudi več možnosti aplikacij. Ta aplikacije lahko v grobem razdelimo na tri skupine:

- Efekt povečave in ojačanja svetlosti nam omogoča raziskovanje izvorov, ki bi bili brez lečenja predaleč ali pretemni za opazovanje. Lečenje deluje kot "kozmični teleskop", preko katerega lahko pridemo do lastnosti izvorov, ki so veliko pod mejo ločljivosti sedanjih opazovanj.
- Lečenje je odvisno zgolj od dvodimenzionalne porazdelitve projekcije mase na ravnino leče in je neodvisno od svetlosti in materialne sestave leče. Tako ponuja edinstveno možnost študija in odkrivanja temne snovi in študija razvoja ter strukture objektov v vesolju.
- Lastnosti sistemov lečenja na kozmoloških razdaljah so odvisne od geometrije vesolja. Študije le teh pomagajo pri določitvi kozmoloških parametrov, kot sta Hubblova in kozmološka konstanta.

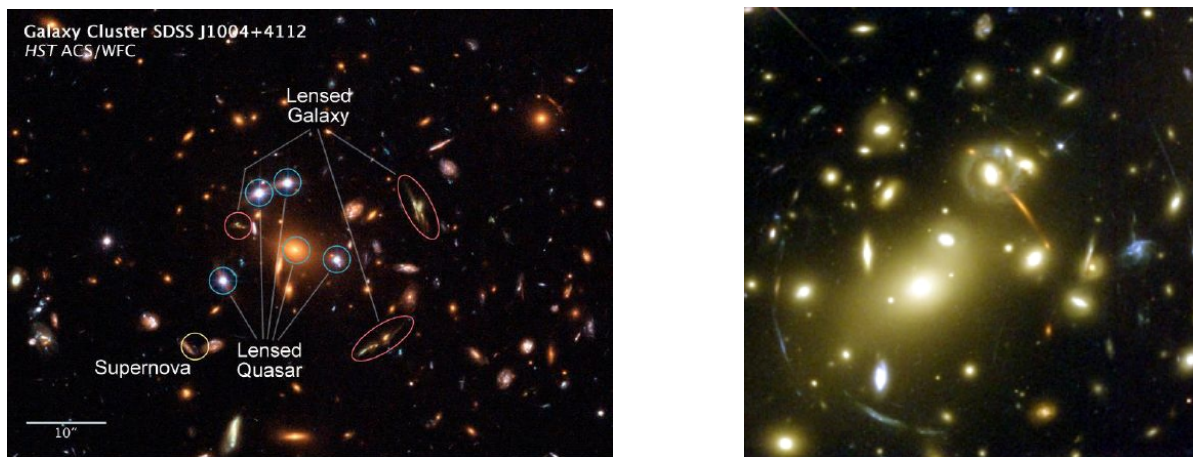
Glede na lastnosti slik lečenih izvorov se gravitacijsko lečenje na razsežnih strukturah razdeli na močno in šibko lečenje. V nadaljevanju povzamemo bistvene lastnosti obeh in rezultate, ki sledijo iz teh študij.

5.1 Močno lečenje

Do močnega lečenja pride kadar leži izvor kotno blizu zveznici med opazovalcem in lečo (majhen kot β na sliki 3). Glede na karakteristike izvora in leče lahko pride do večih slik oddaljenega izvora ali pa do močne deformacije slike. Več slik izvora se običajno pojavi pri lečenju na galaksijah in pa centralnih območjih jat galaksij.

Lečenje kvazarja na jati galaksij prikazuje slika 9. Slike lahko identificiramo s spektralno analizo, saj je lečenje neodvisno od frekvence in ohrani vse spektralne lastnosti izvora.

Do močne deformacije slike izvora pride pri lečenju razsežnih izvorov zaradi diferencialnega odklona (odklon je odvisen od vpadnega parametra). Posebej privlačni primeri take deformacije so gravitacijski loki, v katere se razpotegnejo galaksije lečene na jatah galaksij (slika 9).



Slika 9: Primeri močnega gravitacijskega lečenja na jatah galaksij. Desno jata galaksij z oznako Abell 1689 pri $z = 0.18$. Masa zvezd in temne snovi deluje kot 2 milijona svetlobnih let velika leča, ki odklanja svetlobo mnogo oddaljenejših galaksij. (vir: [2])

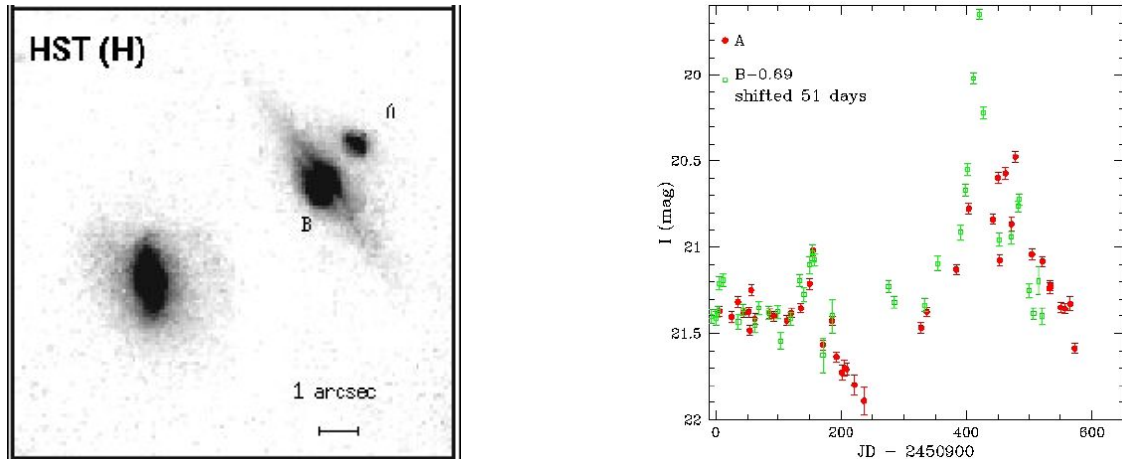
Analize močnega lečenja potrjujejo dejstvo, da večino mase galaksij predstavlja temna snov, kot so napovedale že študije dinamičnih lastnosti galaksij. Haloji temne snovi se raztezajo do ~ 100 kpc od centra galaksije. Podobno velja tudi za jate galaksij, vidna masa (zvezde, plin) predstavlja le $\sim 10\%$ celotne mase, ostalo je temna masa. Ta mora biti gladko porazdeljena, ker bi bili sicer omenjeni loki manjši in bolj ukrivljeni. Poleg tega, pogosta odsotnost nasprotnih lokov nakazuje, da običajno te strukture niso sferno simetrične ([1]).

5.1.1 Časovni zamik med slikami

Čas, ki ga porabi žarek za pot od izvora preko leče do opazovalca je daljši od porabljenega časa nezmotenega žarka. Ta časovni zamik sestavljata dva prispevka:

$$t = t_{geom} + t_{grav} \quad (22)$$

Prvi je posledica geometrijsko daljše poti odklonjenega žarka, drugi pa splošno-relativistični popravek zaradi prisotnosti gravitacijskega polja ([4]). V primeru, ko pride do večih slik istega izvora, so te slike med seboj časovno zamaknjene, saj potujejo po različnih poteh. Če je izvor intrinzična spremenljivka lahko v svetlobnih krivuljah slik prepoznamo enake vzorce, le časovno premaknjene (slika 10).



Slika 10: Kvazar pri rdečem premiku $z = 1.59$, lečen na galaksiji pri $z = 0.41$. Levo vidimo sistem lečenja, osrednjo galaksijo in dve sliki kvazarja, A in B. Desno sta prikazani svetlobni krivulji za obe sliki. Vidimo, da je slika B časovno zamaknjena glede na A za ~ 50 dni. (vir: [2])

Časovni premiki so reda velikosti nekaj mesecev pri lečenju na galaksijah ($\theta_E \sim 1''$), pa vse tja do nekaj desetletij pri lečenju na jatah galaksij.

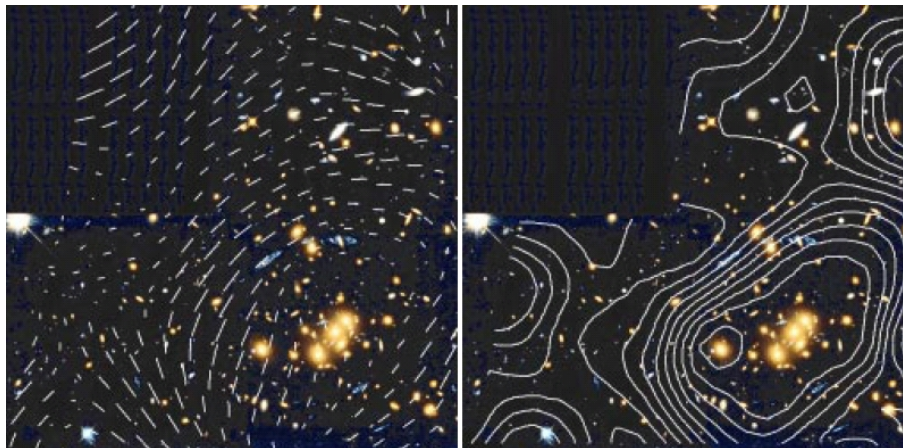
Že od leta 1964 je znana metoda določitve Hubblove konstante s pomočjo meritve časovnega zamika med slikami ([6]). V enačbi za časovni zamik nastopajo razdalje kotnih velikosti in te so odvisne od Hubblove konstante. Če so model leče in rdeči premiki v sistemu dobro znani, meritev časovnega zamika ponuja možnost izračuna Hubblove konstante.

5.2 Šibko lečenje

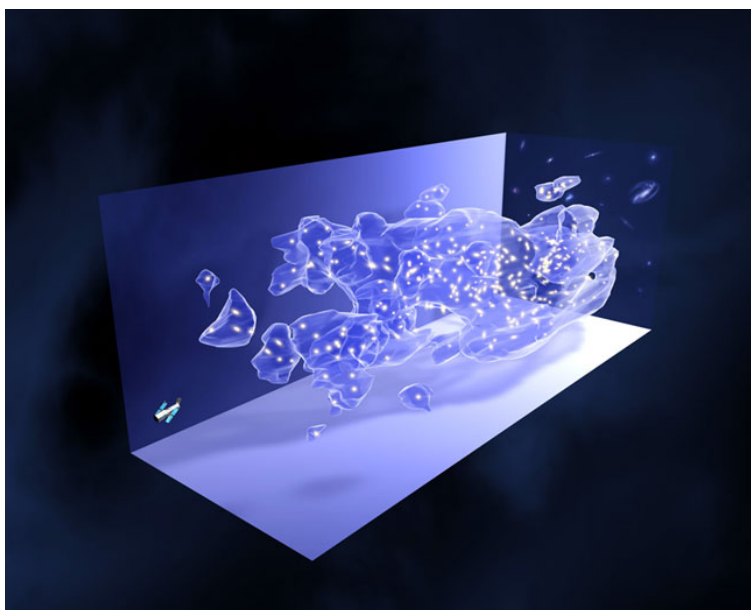
Neko splošno definicijo šibkega lečenja bi težko našli. Raje rečemo, da so to študije lečenja, ki so statistične narave. Medtem, ko pride do močne deformacije slike le če so opazovalec, leča in izvor poravnani, lahko pričakujemo veliko večje število šibko deformiranih slik objektov, ki ne ležijo na tej liniji. Čeprav bi deformacijo posameznega izvora težko opazili, jo lahko zaznamo s povprečenjem po velikem številu izvorov. V mislih imamo predvsem lečenje zelo oddaljenih galaksij na bližjih jatah galaksij. Številna gostota galaksij na nebu, kot jo razkrivajo današnja opazovanja je neverjetnih 80-100 galaksij na kvadratno *arcmin* (20000 v kotni velikosti lune!).

Predpostavimo lahko, da je orientacija teh galaksij naključna. Osrednjo jato galaskij razdelimo na območja ki so manjša od tipične skale spreminjanja gravitacijskega potenciala jate in orientacijo lečenih galaksij povprečimo po posameznem območju (slika (11)). Te koherentne poravnave galaksij nato omogočajo rekonstrukcijo porazdelitve mase. Potreben pogoj je seveda, da je v vsakem takem območju večje število lečenih galaksij, kar tudi določa ločljivost take rekonstrukcije ([3]).

Poleg omenjene aplikacije lahko šibko lečenje uporabimo tudi za konstruiranje porazdelitve mase na še večjih skalah kot so jate galaksij. Tako so naprimer preko šibkega lečenja rekonstruirali porazdelitev temne snovi v vesolju. Shematski prikaz vidimo na sliki 12. Iz takih porazdelitev dobimo tudi informacijo o evlucijskem razvoju struktur temne snovi, saj z opazovanjem oddaljenih struktur opazujemo preteklost.



Slika 11: Levo: Črtice prikazujejo povprečno orientacijo lečenih galaksij na posamzenih območjih. Desno: Rekonstrukcija porazdelitve mase v jati galaksij. Črte označujejo območja konstantne gostote. (vir: [1])



Slika 12: Slika shematsko prikazuje porazdelitev temne snovi v vesolju in razkriva njeno mrežasto strukturo na velikih skalah. Porazdelitev vidne, barionske mase sovпада s porazdelitvijo temne snovi. Stranica pravokotnika je dolga ~ 6 milijard svetlobnih let, kar predstavlja približno polovico opazljivega vesolja. (vir: <http://cosmos.astro.caltech.edu>)

Omeniti velja še da so omenjeni efekti šibkega lečenja zelo šibki in je večina težav na tem področju opazovalne narave. Vsaka koherentna motnja slike je lahko posledica propagacije svetlobe v atmosferi ali teleskopu. Vrednosti teh potencialnih sistematičnih napak morajo biti zato bistveno manjše od samih efektov lečenja.

6 Zaključek

Kot smo videli v seminarju gre pri gravitacijskem lečenju za geometrijski efekt, katerega teoretično ozadje je dobro znano. To nam omogoča vrsto možnih aplikacij in dobro interpretacijo eksperimentalnih rezultatov.

Ozrimo se še nekoliko v prihodnost. Brez dvoma bodo natančnejše meritve časovnih zamikov med slikami lečenih kvazarjev in izboljšave modelov leč prinesli natančnejše ocene Hubblove konstante. Poleg tega lečenje prevzema pomembno vlogo pri omejevanju kozmoloških modelov. Študije šibkega lečenja imajo velik potencial pri določitvah vrednosti srednje gostote vesolja in kozmološke konstante.

Z večanjem števila dogodkov mikrolečenja ne le, da prihajamo do vse boljših modelov naše galaksije, temveč dobivamo tudi pomembne ocene o deležu dvojnih zvezdnih sistemov. Iskanje planetov z majhno maso ($\sim m_{Zemlje}$) prav tako ostaja bistvena aplikacija mikrolečenja, ki bo z razvojem tehnologije še napredovala.

Lečenje bi se v prihodnosti lahko uporabilo za določanje mase črne luknje v središču naše galaksije in tako pomagalo pri študijah dinamike teles v njeni okolici. Tudi iskanje zelo oddaljenih galaksij ($z > 6$) je v veliki meri omejeno na povečavo pri lečenju.

V osnovi je gravitacijsko lečenje prisotno ob vsakem našem pogledu v nebo, le njegovi vplivi so v večini primerov zanemarljivo majhni. Z večanjem natančnosti sodobnih eksperimentalnih naprav se njegovega pomena vse bolj zavedamo in skušamo iz njega pridobiti kar največ informacije, ki nam jo ponuja o naravi vesolja.

Literatura

- [1] R. Narayan, M. Bartelmann, *Lectures on Gravitational lensing*, 1995, <http://cfa-www.harvard.edu/narayan/papers/JeruLect.ps> (7.3.2008)
- [2] M. Meneghetti, *Introduction to gravitational lensing, lecture script*, <http://www.ita.uni-heidelberg.de/massimo/sub/glensing.html> (8.3.2008)
- [3] M. Bartelmann, P. Schneider, *Weak Gravitational Lensing*, 2001, **Phys. Rept.** **340**, 291-472, arXiv:astro-ph/9912508
- [4] C. S. Kochanek, P. L. Schechter, 2003, **Carnegie Observatories Astrophysics Series Vol. 2**, arXiv:astro-ph/0306040
- [5] J. Wambsganss, <http://www.livingreviews.org/lrr-1998-12> (15.3.2008)
- [6] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, 1972, (John Wiley and Sons), 415-441
- [7] C. W. Misner, K. S. Thorne, J. A. Wheeler, *Gravitation*, 1971, (W.H. Freeman and Company)
- [8] A. Čadež, *Teorija Gravitacije*, skripta predavanj, 2008
- [9] R. W. Schmidt, *Cosmological applications of gravitational lensing*, 2000, <http://www.ari.uni-heidelberg.de/mitarbeiter/rschmidt/papers/thesis.pdf> (15.3.2008)
- [10] S. Bonometto, V. Gorini, U. Moschella, *Modern Cosmology*, 2002, (IOP Publishing), 378-420
- [11] V. Bozza, 2007, arXiv:0710.5607v1
- [12] A. O. Petters, 2002, arXiv:astro-ph/0208500v2
- [13] B. Paczynski, *Gravitational microlensing by the galactic halo*, 1986, **Astrophysical Journal**, vol. **304**