

JATA GALAKSIJ: VIRGO

Dejan Arzenšek, Matjaž Ličar, Staš Jevševar

16. september 2008

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Profesor: *dr. Andrej Čadež*

PROJEKTNA NALOGA PRI PREDMETU ASTRONOMIJA

Kazalo

1	UVOD - JATA GALAKSIJ VIRGO	3
2	OPAZOVANJE	3
3	OBDELAVA PODATKOV	5
3.1	POZICIONIRANJE SLIK V CELOTO IN DOLOČITEV CENTRA JATE . . .	6
3.1.1	GOSTOTA GALAKSIJ	7
3.2	PORAZDELITEV ELIPTIČNOSTI IN USMERJENOSTI	8
3.2.1	STATISTIČNA OBDELAVA IN REZULTATI	9
4	GRAVITACIJSKO LEČENJE	11

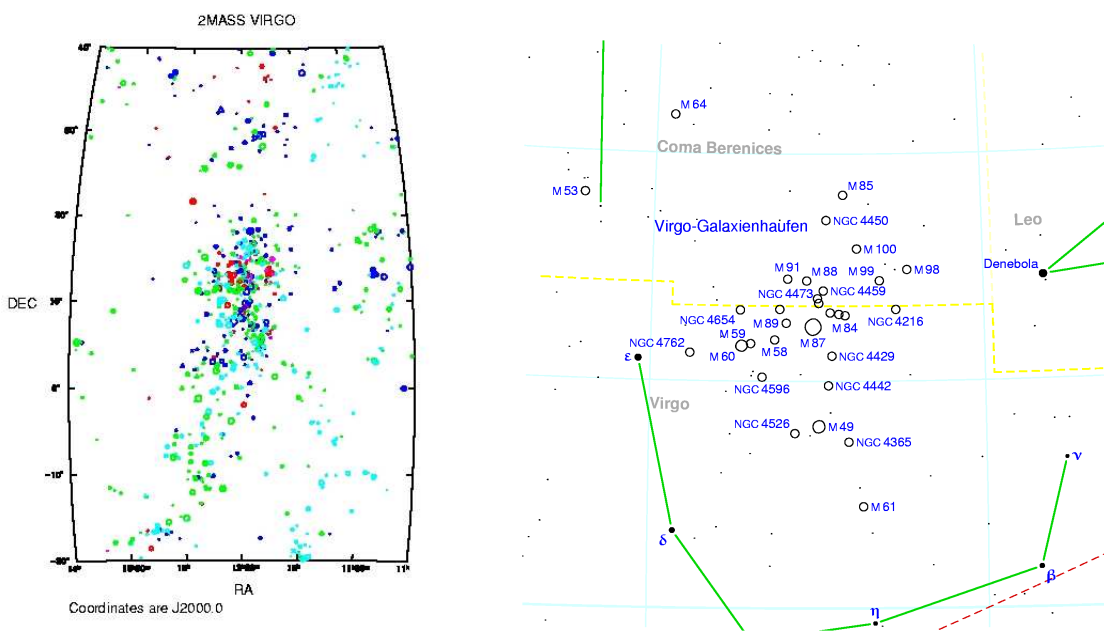
Povzetek

Splošno navodilo projekta je bilo: *Izberite si primerno veliko, bližnjo in bogato jato galaksij. Posnemite večje število galaksij (okrog 30), v irafu izmerite njihovo eliptičnost in pozicijski kot glavne osi s taskom psfmeasure. Izmerite porazdelitev eliptičnosti in smeri glavne osi za galaksije v jati. Poskušajte ugotoviti, če so smeri naključno porazdeljene.*

S teleskopom Vega na Golovcu smo tako posneli 18 slik jate galaksij Virgo. Ko smo poslikanim galaksijam v irafu izmerili eliptičnost in pozicijski kot, smo porazdelitev prikazali v obliki histograma in skušali ugotoviti vrsto porazdelitve. Preverjali smo tudi prisotnost gravitacijskega lečenja.

1 UVOD - JATA GALAKSIJ VIRGO

Virgo, sestavljena iz približno 1300 galaksij (lahko da tudi do 2000), z oddaljenostjo približno 18 Mpc je nam najbližja jata galaksij [1] [2]. Njena ocenjena masa je približno 1.2×10^{15} mas sonca. Tvori osrednji del „*Virgo-Coma nadjate galaksij (Lokalna nadjata galaksij)*“, med katerega spada tudi lokalna jata galaksij, katere element je tudi naša *Mlečna cesta*. Elementi jate galaksij Virgo so tako eni izmed najbolj oddaljenih objektov, s katerimi ima naša galaksija še gravitacijsko interakcijo. S središčem v ozvezdju Virgo, od koder dobi tudi svoje ime, pokriva na nebu radij 8° . Njeno veliko maso potrjuje tudi dejstvo, da se mnoge galaksije z veliko hitrostjo gibljejo proti njenemu središču, nekatere tudi do 1600 km/s .



Slika 1: Sliki prikazujeta pozicije najbolj svetlih galaksij v jati ter pozicijo jate na nebu. [6] [7]

Izmed bolj znanih galaksij v jati je gotovo galaksija *M87 (NGC 4486)* s svojo ogromno maso 2.4×10^{12} mas sonca. Kot največja eliptična galaksija blizu zemlje je zanimiva tako za amaterska, kot tudi profesionalna opazovanja, med drugim tudi zaradi 5000 svetlobnih let dolgega snopa snovi, ki se vije iz njenega aktivnega galaktičnega jedra.

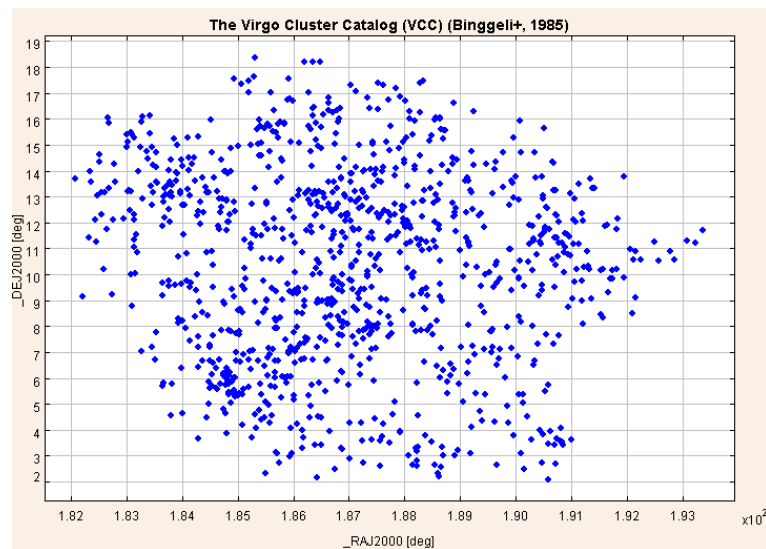
2 OPAZOVANJE

Iz Vizierjevega kataloga *The Virgo Cluster Catalog (VCC) (Binggeli+, 1985)* [3] smo izbrali galaksije svetlejše od 7. magnitude. Katalog za opazovanje smo dobili v takšni obliki:

Full	RAJ2000 "h:m:s"	DEJ2000 "d:m:s"	MType
1	12 08 20.0	+13 41 00	S019
2	12 08 25.4	+13 49 42	dE2:
3	12 08 26.6	+13 31 18	BCD?
4	12 08 30.8	+15 05 48	ImIV
5	12 08 33.2	+15 07 18	dE4
6	12 08 51.4	+09 07 48	SBa
7	12 09 18.9	+11 25 48	SBc(s)I
8	12 09 21.2	+13 31 30	dE0
9	12 09 22.4	+13 59 30	dE1,N
...			

Najprej smo izrisali zadetke iz kataloga (slika: 2), na graf deklinacije v odvisnosti od rektascenzije, da smo dobili predstavo o položaju galaksij na nebu.

Slika 2: Na sliki so prikazane pozicije galaksij v katalogu.



Ker jata pokriva precej veliko področje na nebu, nismo mogli ubrati nobene sistematične metode (npr. da bi področje razdelili na $n \times m$ polj v velikosti vidnega polja kamere in sistematično poslikali vse), zato smo slikali področja, pri katerih smo pričakovali, da bomo na sliko dobili kar največ galaksij. Skupno smo posneli 18 uporabnih slik velikosti 2049×2049 . Čas osvetlitve je bil 180s, slikali smo brez filtrov (slika: 3).



Slika 3: Eden izmed posnetkov galaksij v jati.

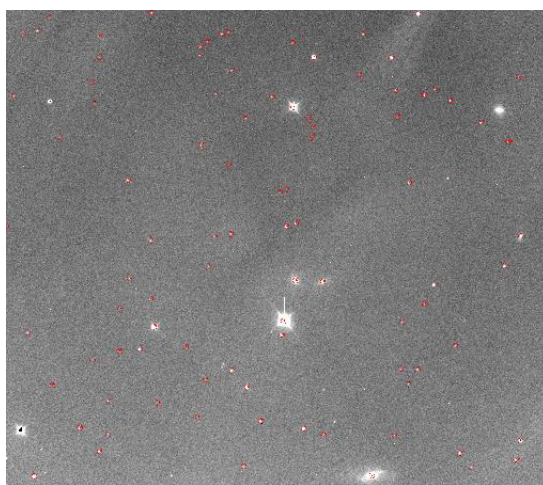
Za konec smo posneli še vse potrebne flate, darke in biase.

3 OBDELAVA PODATKOV

Najprej je bilo potrebno slike opremiti z ekvatorialnimi *wcs* koordinatami, da smo lahko na slikah označili naše galaksije. Vsaki sliki smo določili deklinacijo in rektascenzijo središča in velikost piksla v kotnih minutah. S programom IRAF smo potem pretvorili koordinate na sliki iz pikslov v deklinacijo in rektascenzijo (slika: 4):

```
ecl> wcsctran katalogtmp.txt @outcoords.list *.fit world \
>>> logical units="h n" formats="%8.3f %8.3f"
ecl> display vslika.fit
ecl> tvmark 1 vslika.txt number=yes radii='10' color = 204 mark="circle"
```

Označene zadetke iz kataloga prikazuje naslednja slika:



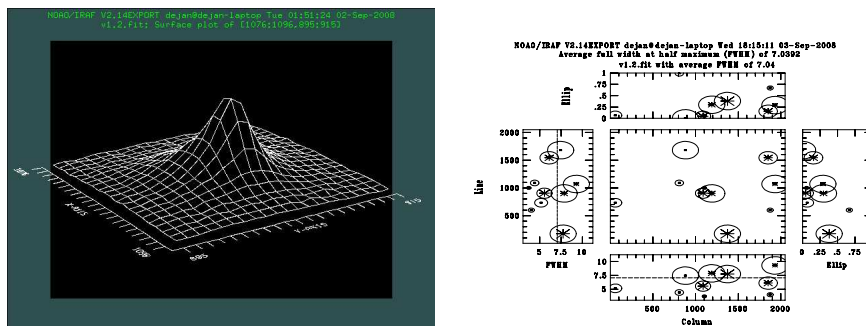
Slika 4: Označene koordinate iz kataloga v programu *ds9*.

Sedaj, ko smo na slikah imeli označene naše galaksije, smo lahko izmerili njihovo eliptičnost e in usmerjenosti PA z ukazom *psfmeasure*. IRAF tako avtomatično pomeri vse označene galaksije:

```
obsutil> psfmeasure V1.2.fts imagecu=V1.2.xy
```

S tem ukazom smo zagnali avtomatsko izračunavanje eliptičnosti in pozicijskega kota najdenih galaksij iz kataloga. Najprej preidemo v interaktivno proceduro, ki jo prikazujeta naslednji sliki (5):

Slika 5: Na levi sliki je prikazano območje okrog galaksije s katerega potem izračunamo *psf* funkcijo preko katere potem izračunamo iskane parametra. Na desni pa kako potem IRAF prikaže izračunane zadetke (katere je našel).



Kot rezultat dobimo datoteko v takšni obliki:

Column	Line	Mag	FWHM	e	PA
62.59	803.54	1.38	2.568	0.51	-44
159.40	316.41	2.39	2.738	0.69	11
270.00	671.01	1.31	1.775	0.32	-16
281.40	468.09	1.65	1.859	0.94	-77
...					

IRAF izračuna eliptičnost (e) in usmerjenost (PA) po naslednjih formulah [4]:

$$e = \frac{\sqrt{(M_{xx} + M_{yy})^2 + (2M_{xy})^2}}{M_{xx} + M_{yy}}, \quad PA = \frac{1}{2} \arcsin \frac{2M_{xy}}{M_{xx} - M_{yy}},$$

kjer je:

$$M_{xx} = \frac{\sum xxI}{\sum I}, \quad M_{yy} = \frac{\sum yyI}{\sum I}, \quad M_{xy} = \frac{\sum xyI}{\sum I}.$$

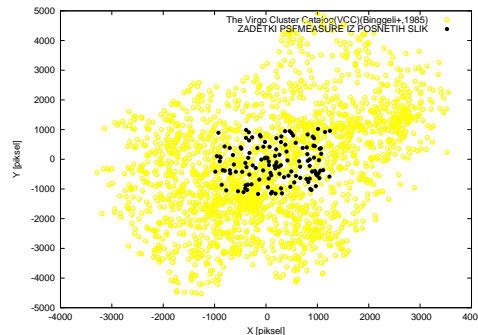
Tukaj sta x in y koordinati glede na center meritve merjeni v piksljih, I je pa intenziteta na izbranem pikslu.

Meritve konkretne galaksije na izbranih (danih) koordinatah so potekale, da se je računalnik najprej postavil na izbrano koordinato. Za začetek je bilo merilno območje (središče in radij galaksije) krog z radijem 7 pikslov in središčem v danih koordinatah. Središče kroga, od koder sledijo nadaljnji izračuni, se je z dvema iteracijama popravil tako, da je čimbolj sovpadal s središčem galaksije, pri tem se je popravil tudi radij galaksije (definiran z $2 \times FWHM$; $FWHM$ je polovična vrednost maksimalne intenzitete galaksije) na najboljši možen radij. Momenti M_{xx} in M_{yy} niso nič drugega, kakor σ^2 v smeri x in y , M_{xy} pa je mešani moment, ki nam skupaj z M_{xx} in M_{yy} podaja korelacijski koeficient $R = \frac{M_{xy}}{\sqrt{M_{xx}M_{yy}}}$ in s tem smer daljše polosi (koeficient premice). I nam podaja krivuljo vsaj kvadratične oblike, ki se najbolj prilega izmerjenim vrednostim v računani vrstici pikslov.

Z avtomatsko metodo smo imeli nekaj težav, saj so bili markerji, ki so označevali galaksije, nekoliko zamaknjeni, nekateri so pa tudi ležali izven slik. Zato smo meritve izvedli tudi ročno in sicer tako, da smo z ukazom *imexamine* na slikah ročno označevali posamezne galaksije. Z avtomatsko metodo smo dobili 130 zadetkov, z ročno pa 723. Pri statistični obdelavi smo tako upoštevali ročne meritve, saj je bilo avtomatskih premalo za kakšne boljše rezultate.

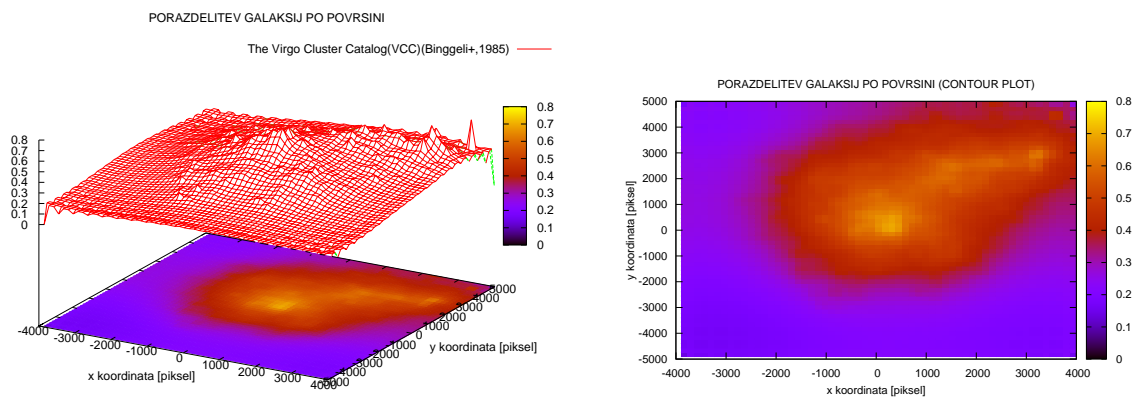
3.1 POZICIONIRANJE SLIK V CELOTO IN DOLOČITEV CENTRA JATE

Najprej smo izrisali porazdelitev galaksij po površini v odvisnosti koordinat x in y v piksljih, da smo lahko določili središče jate. Izrisal sem poleg koordinat iz kataloga, še izris koordinat zadetkov z ukazom *psfmeasure* (slika 6)

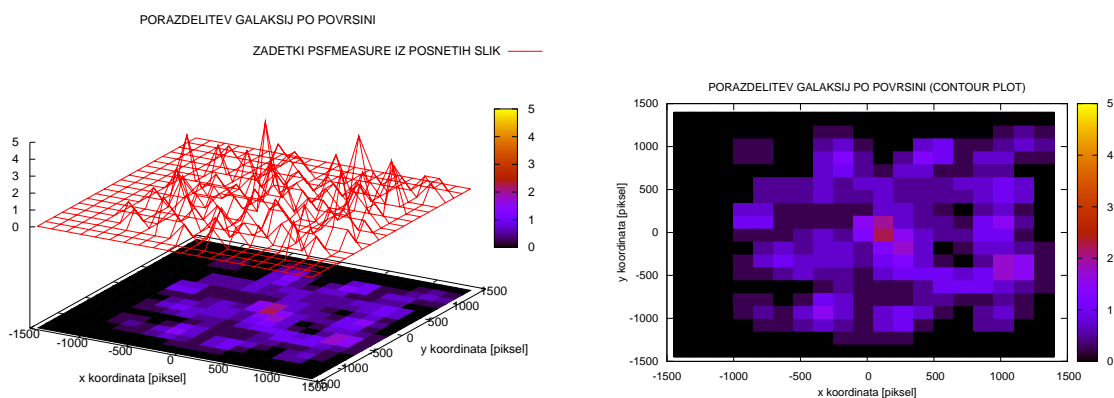


Slika 6: Na temu grafu lahko dobimo občutek kje se nahaja območje, ki smo ga poslikali.

Nato smo za pomoč pri določitvi središča narisali dvodimenzionalna histograma po x in y koordinatah za oba primera. To je za koordinate iz kataloga in koordinate iz metode psfmeasure. Pri vsaki pa še barvni *contour* graf, na katerem se zelo lepo vidi, kje je središče jate (slike 7, 8).



Slika 7: Na levem histogramu je dvodimenzionalna porazdelitev koordinat iz kataloga, na desni pa contour graf. Na obeh se vidi kje je največje število galaksij. To nam je bilo v pomoč pri določitvi centra.



Slika 8: Na levem histogramu je dvodimenzionalna porazdelitev koordinat iz metode psfmeasure, na desni pa contour graf. Tudi pri teh dveh grafih se kljub manjšemu številu zadetkov opazi večje število galaksij.

Koordinatno izhodišče smo tako postavili v to točko, tako da je razdalja od središča jate za izbrano galaksijo kar

$$R = \sqrt{x^2 + y^2},$$

kjer sta x in y koordinati galaksije v pikslah.

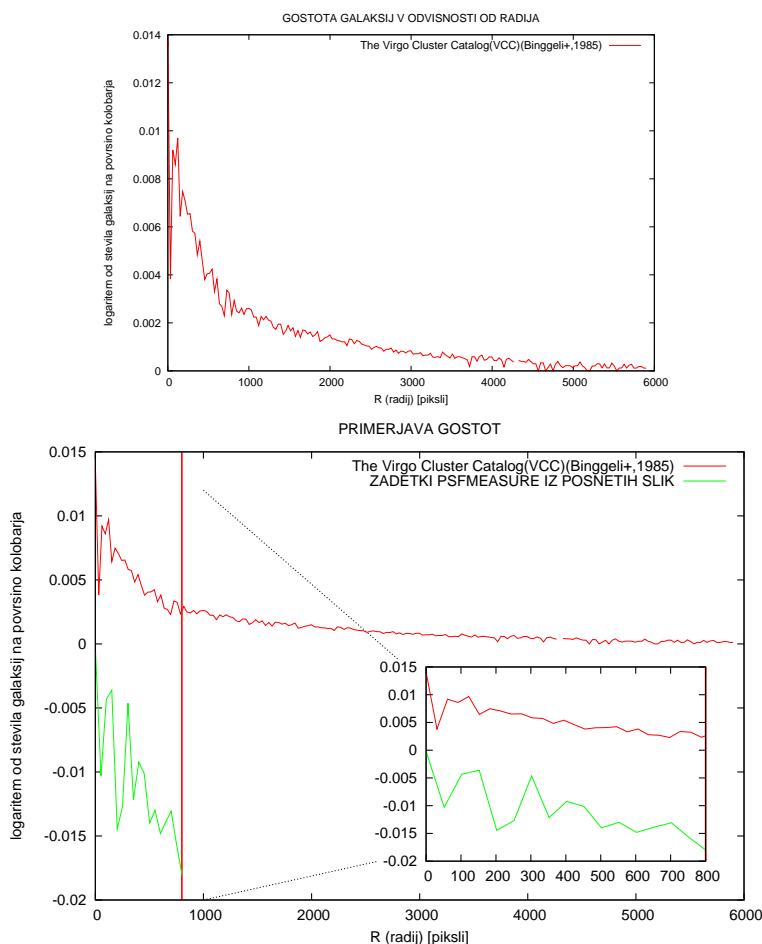
3.1.1 GOSTOTA GALAKSIJ

Iz poznavanja koordinat središča jate, smo lahko določili gostoto galaksij na enoto površine. To smo naredili tako, da smo za vsako galaksijo izračunali njeno oddaljenost od središča, območje

razdelili na koncentrične kolobarje iz središča jate, prešteli, koliko galaksij pade v en kolobar, ter rezultat delili s površino kolobarja. Ta izračun smo naredili po enačbi:

$$\rho(R) = \frac{\text{št. galaksij v kolobarju}}{\text{površina kolobarja}} = \frac{\text{št.gal izven } R1 - \text{št.gal izven } R2}{\pi(R2^2 - R1^2)}$$

Izrisali smo dva grafa gostote galaksij v odvisnosti od razdalje od izhodišča, enega neposredno s podatki iz kataloga, drugega pa z galaksijami, ki smo jih zaznali s psfmeasure metodo (slika 9). Iz obeh grafov se vidi, da gostota z razdaljo od središča enakomerno pada, tako da je središče jate očitno res ustrezno izbrano.

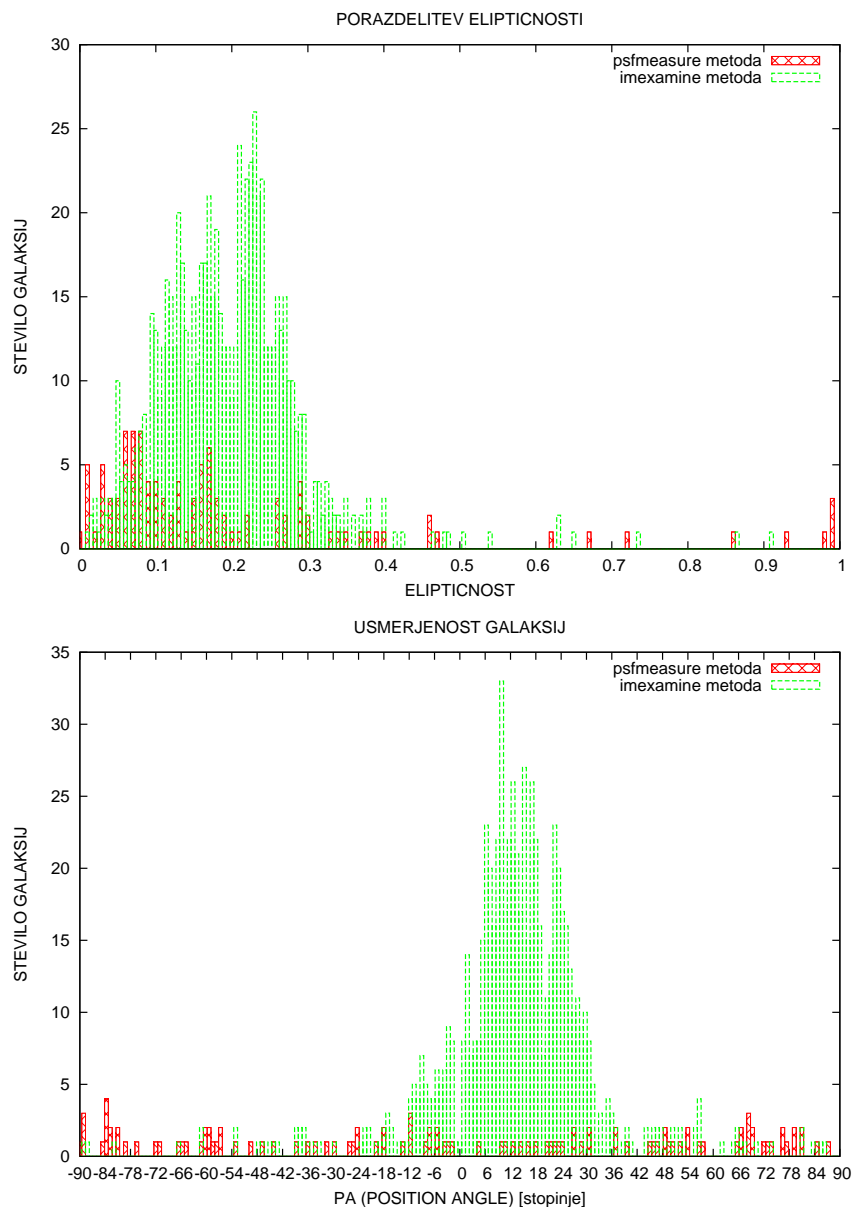


Slika 9: Na zgornjem grafu je odvisnost gostote od radija za koordinate iz kataloga. Ordinatsna os je prikazana v logarijski skali. Spodnji graf pa prikazuje primerjavo z metodo psfmeasure. Prikazali smo, da se v obeh primerih opazi podobno obnašanje krivulj, le da je pri metodi psfmeasure manjše število galaksij.

Iz obeh grafov se vidi, da gostota z razdaljo od središča enakomerno pada, tako da je središče jate očitno res ustrezno izbrano.

3.2 PORAZDELITEV ELIPTIČNOSTI IN USMERJENOSTI

Nato smo izrisali histograme eliptičnosti e in kota usmerjenosti PA . To smo naredili tako za zadetke, ki smo jih dobili z ukazom psfmeasure, kot tiste, ki smo jih ročno določili z ukazom imexamine (slika 10).



Slika 10: Na zgornjem grafu sta histograma eliptičnosti za obe metodi, na spodnjem pa histograma usmerjenosti za obe metodi.

Kot že omenjeno, je po metodi `psfmeasure`, kot se vidi iz histograma, mnogo premalo podatkov, zato smo za nadaljno obdelavo upoštevali le zadetke `imexamine`. Izločili smo tudi vse zadetke z eliptičnostjo 0, saj `iraf` točkastim, ali takšnim objektom, katerim ni mogel določiti eliptičnosti, prepíše vrednost 0. Ker to privede do statistične napake, smo zabeležili, koliko takšnih galaksij smo izločili iz naših meritev.

3.2.1 STATISTIČNA OBDELAVA IN REZULTATI

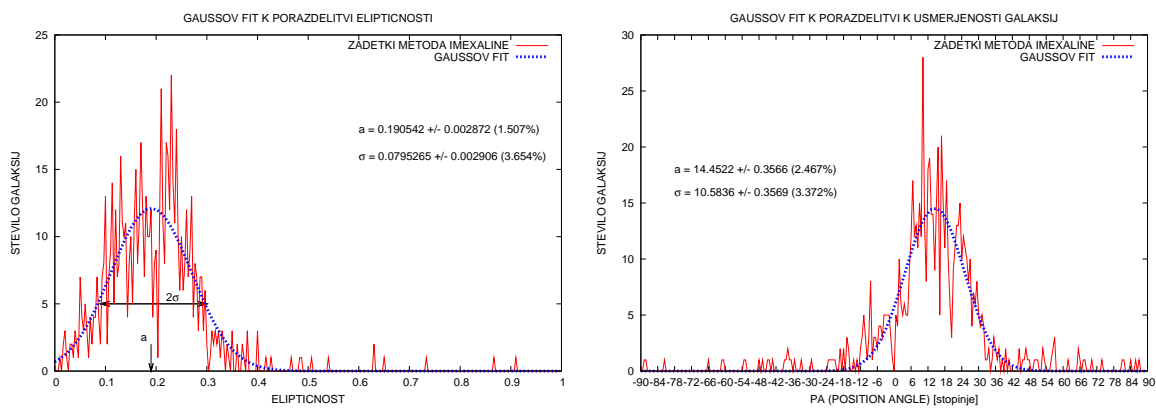
Histogram se naredi tako, da preštejem koliko zadetkov je pri nekem predalčku izmerkov. To mi ne izmerimo, mi izmerimo pri vsakem zadetku eliptičnost in preštejemo koliko takih izmerkove pade v nek interval. Histogram narejen z štetjem dogodkov si lahko predstavljamo kot meritev verjetnostne porazdelitve. Z upoštevanjem statistične napake, višina vsakega predalčka

predstavlja verjetnost za dogodek, kjer vrednost x pade v interval tega predalčka. Verjetnostno porazdelitvena funkcija ima enodimenzionalno obliko $p(x)dx$, kjer je:

$$p(x) = \frac{n_i}{N \times w_i}$$

V tej enačbi je n_i število dogodkov v predalčku, ki vsebuje x , w_i je širina predalčka in N je totalno število dogodkov. Porazdelitev dogodkov med vsemi predalčki je predpostavljena kot enakomerna. Verjetnostna porazdelitev eliptičnosti ali usmerjenosti pa podaja verjetnost, s katero se na izbranem področju pojavljajo določene eliptičnosti oziroma usmerjenosti.

Na rezultate z imexamine metodo smo najprej poskušali prilagoditi Gaussovko in ugotovili, da se dobro ujema z našimi rezultati. Izris prilagajanja prikazujeta spodnja grafa (slika 11):



Slika 11: Na zgornjem grafu sta histograma s prilagojeno Gaussovko. Zraven sta še pripisana parametra (standardni odmik ter pozicija vrha krivulje), dobljena s prilagajanjem.

Da bi preverili, če sta parametra pravilna (ju statistično potrdimo ali zavrnemo), smo naredili T statistiki. Ta se izračuna po formuli $T = \frac{\bar{m}-a}{\sigma} \sqrt{N}$, kjer je \bar{m} povprečna vrednost eliptičnosti ali usmerjenosti, a parameter pozicije vrha Gaussove krivulje dobljen s prilagajanjem, σ statistični odmik ter N število seštevka galaksij v vseh intervalčkih.

Za eliptičnost dobim vrednost $T = 2.0115$, za usmerjenost pa $T = -1.389$. Za to vrednost smo pogledali v statistične tabele pri različnih stopnjah tveganja [8]. Če je bila dobljena vrednost manjša od tiste v tabeli smo hipotezo lahko potrdili drugače smo jo zavrgli. Parametre pri 30 prostostnih stopnjah prikazuje tabela 1:

st.tveganja [%]	T
5	2.042
2	2.475
1	2.750

Tabela 1: Tabela parametrov.

Tako lahko vidimo, da lahko pri vseh stopnjah tveganja potrdimo oba parametra.

Potem se lotimo statističnega testa na sami porazdelitvi eliptičnosti ali usmerjenosti. Na obeh izvedemo Pearsonov χ^2 test. Radi bi potrdili ali zavrgli hipotezo o naključnosti obeh statističnih spremenljivk. Ti porazdelitvi za velike n (prostostne stopnje) postane podoben porazdelitvi $\chi^2(n-1)$, ki je za velike n kar Gaussova. Ta statistični test se izračuna po formuli:

$\chi^2 = \sum_{k=1}^{\rho} \frac{(N_k - Np_k)^2}{Np_k}$, kjer je ρ število intervalov, N_k število galaksij v posameznem intervalu, N število vseh galaksij, p_k pa teoretična verjetnost v intervalu. Za velike vrednosti prostostnih stopenj lahko rečemo za σ kar koren od povprečja števil galaksij v intervalih. Številka Np_k pa postane zaradi enako velikih razredov kar povprečje. Razredi so intervali, ki nimajo neničelnih vrednosti. Torej smo si izbrali enako velike razrede kot so intervali. Test je potekal tako, da smo za vsak interval izračunali odklik od povprečne vrednosti prek vseh intervalov ($N_k - \bar{N}$) ter ga delimo z napako σ . V našem primeru je napaka edino statistična, torej koren povprečne vrednosti $\sigma = \sqrt{\bar{N}}$. Potem dobljeno kvadriramo in seštejemo po vseh intervalih ter vsoto imenujemo χ^2 . Če je χ^2 reda velikosti števila intervalov, je porazdelitev Poissonova, sicer ni. Podobno smo preverili še test v tabelah [8].

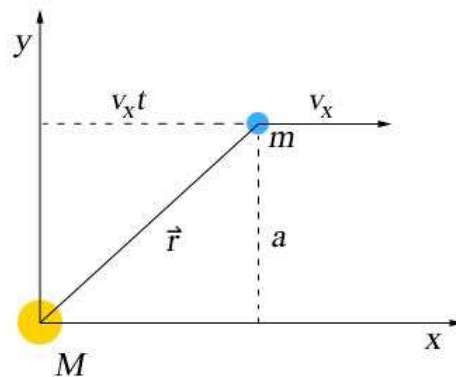
st.tveganja [%]	χ^2
5	124.34
2.5	129.56
1	135.81
0.1	149.45

Tabela 2: Tabela parametrov χ^2 .

Za podatke po psfmeasure metodi dobimo vrednosti $\chi^2=57.30$ za eliptičnosti in 35.40 za usmerjenosti, kar potrjuje hipotezo o naključnosti. Z imexamine metodo smo pa hipotezo morali zavreči, saj dobimo vrednosti $\chi^2=232.48$ za eliptičnosti in 434.46 za usmerjenosti. To potrujeta tudi rezultata z delitvijo teh statistik z številom intervalov. Kot že omenjeno, gre rezultatom z imexamine metodo bolj zaupati zaradi večjega števila podatkov.

4 GRAVITACIJSKO LEČENJE

Gravitacijska sila ukrivlja pot delcem, ki se gibljejo mimo telesa z maso (slika 12):



Slika 12: Slika prikazuje prehod delca mimo telesa z maso.

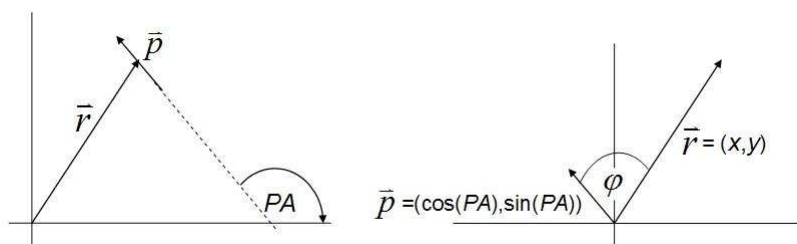
Pri prehodu mimo takšnega telesa tako delec občuti sunek sile

$$p_y = \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{GMma}{(v_x^2 + a^2)^{3/2}} dt = - \frac{2GMm}{v_x a}$$

Ker je imel delec pred odklonom le gibalno količino v smeri x , lahko kot odklona α izračunamo iz razmerja med p_y in p_x . Pri tem je $p_x = mv_x$. Ker je odklon majhen, velja: $\tan \alpha \approx \alpha = \frac{p_y}{p_x} = \frac{2GM}{v_x^2 a}$.

Ker imajo po teoriji relativnosti fotoni tudi gibalno količino, lahko zapišemo enačbo tudi za fotone. Kot pod katerim se foton ukrivi ob prisotnosti mase je tako $\alpha = \frac{4GM}{c^2 a}$. Svetlobo, ki potuje mimo objekta z veliko maso lahko tako obravnavamo na podoben način, kot obravnavamo sistem izvor leče in slike v optiki. Glavne lastnosti gravitacijske leče so, da vedno vidimo vsaj dve sliki, da je kot odklona obratno sorazmeren z oddaljenostjo od leče (ravno obratno kot pri „klasični“ leči), ter da kot odklona ni odvisen od valovne dolžine svetlobe.

Preverjali smo, če so galaksije v središču jate gravitacijsko ukrivljene. Če teza drži, potem mora imeti kot ϕ , tj. kot med usmerjenostjo galaksije \vec{p} in vektorjem radija \vec{r} (glej sliko 13) karakteristiko okoli 90° .

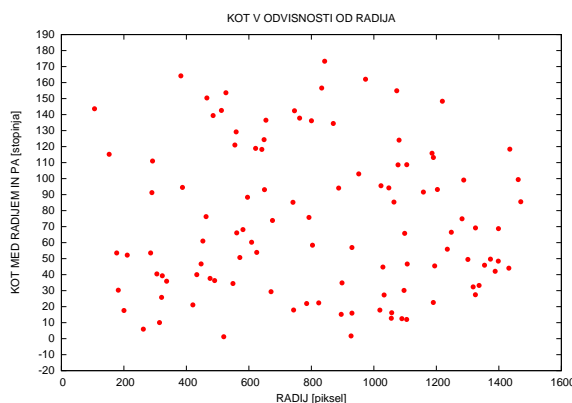


Slika 13: Kot med vektorjem radija in usmerjenosti.

Tako lahko izračunamo kot ϕ s formulo za skalarni produkt: $\cos\phi = \frac{\vec{r} \cdot \vec{p}}{\|\vec{r}\| \|\vec{p}\|}$, kjer velja $\vec{r} = (x, y)$, $\vec{p} = (\cos(PA), \sin(PA))$, $\|\vec{r}\| = R$, $\|\vec{p}\| = 1$. Zato zapišemo:

$$\phi = \arccos \frac{x \cos(PA) + y \sin(PA)}{R}$$

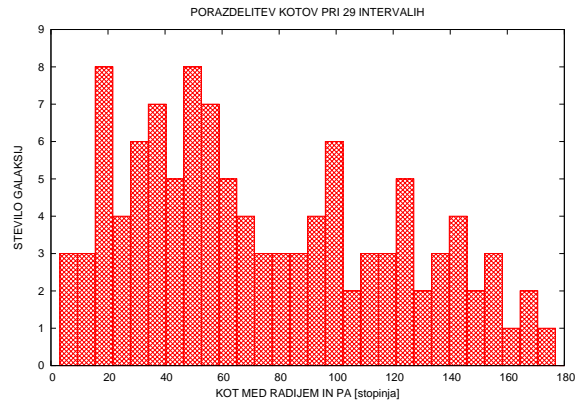
Najprej smo narisali graf v kotov v odvisnosti od radija (slika 14):



Slika 14: Odvisnost kotov od radija.

Iz slike vidimo, da so galaksije usmerjene dokaj naključno. Tako lahko sklepamo, da v središču jate ne zaznamo gravitacijskega lečenja, kar je morda zaradi ogromne mase jate nekoliko presenetljivo, ali pa je število opazovanih galaksij premalo, da bi lahko to zagotovo trdili. Da potrdimo naše sklepanje, smo opravili še χ^2 test.

Najprej smo opravili grobo delitev in razdelili kote v 29 razredov (slika 15). Povprečna vrednost galaksij na interval nam je prišla 3.9 ± 1.9 , $\chi^2/\text{št. intervalov}(29) = 0.9116$, se pravi približno toliko kot je število intervalov, torej so odstopanja majhna in lečenja ni opaziti. Samo vrednost testa pa $\chi^2 = 26.43$.



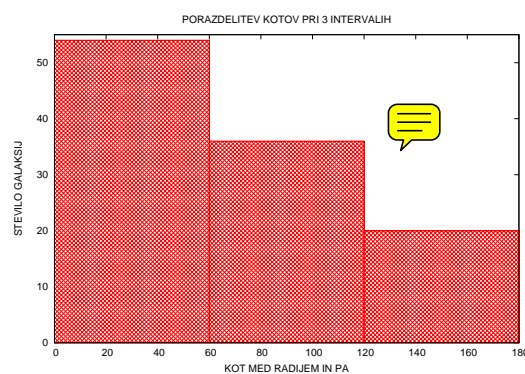
Slika 15: Histogram porazdelitve kotov pri manjšem številu intervalov.

Če pogledamo vrednosti za χ^2 v tabelah opazimo, da lahko za delitev intervalov pri 28 prostostnih stopnjah potrdimo hipotezo: Podobno smo preverili še test v tabelah [8].

st.tveganja [%]	χ^2
5	41.337
2.5	44.461
1	48.278
0.1	56.892

Tabela 3: Tabela parametrov χ^2 .

Ker smo pri takšni delitvi pri statističnih testih dobili, da je naključna porazdelitev, vendar vidimo po obliki porazdelitve na histogramu, da levi del odstopa od desnega, smo razdelili intervale še bolj na grobo, tako da smo pogledali porazdelitev pri treh intervalih (slika 16). Tokrat smo dobili v povprečju 36.66 ± 17.0 galaksij na interval, $\chi^2/\text{št. intervalov}(3) = 5.26$, se pravi približno petkrat več kot je intervalov.



Slika 16: Histogram porazdelitve kotov pri treh intervalih.

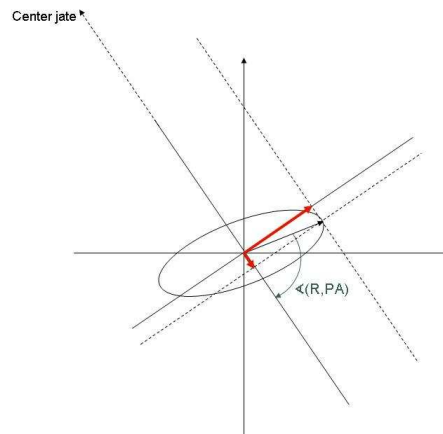
Pri tako grobi delitvi smo dobili vrednost testa $\chi^2 = 15.78$. Če to vrednost primerjamo z vrednostmi v spodnji tabeli:

st.tveganja [%]	χ^2
5	5.9915
2.5	7.3777
1	9.214
0.1	13.916

Tabela 4: Tabela parametrov χ^2 .

Pri tej vrednosti lahko glede na vrednosti v tabeli in glede na razmerje s številom intervalov, zavržemo hipotezo o Poissonovi porazdelitvi kotov.

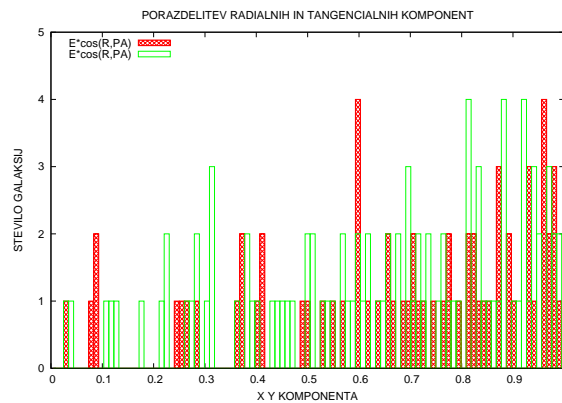
Izračunamo lahko absolutne vrednosti $r = e \cos(R, PA)$ in $t = e \sin(R, PA)$ kar ustreza radialni in tangencialni smeri posamezne galaksije, geometrija je razvidna iz slike 17.



Slika 17: Skica izračunanih komponent.

Narišemo porazdelitev obeh komponent (slika 18)

Če naredim zopet statistični test na obeh porazdelitvah, mi ta v obeh primerih potrди tezo o naključnosti obeh komponent, saj dobim za radialno komponento $\chi^2 = 19.3$ ter za tangencialno $\chi^2 = 28.0$. To je v obeh primerih občutno manj kot pa so tabelirane vrednosti.



Slika 18: Porazdelitev radialnih in tangencialnih komponent galaksij.

Literatura

- [1] <http://www.seds.org/messier/more/virgo.html>
- [2] WIKIPEDIA: http://en.wikipedia.org/wiki/Virgo_cluster
- [3] <http://cdsarc.u-strasbg.fr/viz-bin/Cat?J/AJ/90/1681>
- [4] <http://iraf.noao.edu/>
- [5] <http://astro.ago.uni-lj.si/index.html>
- [6] <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/4/4d/Virgohaufen.png>
- [7] <http://www.cfa.harvard.edu/~huchra/seminar/virgo/2mass.virgo.lg.jpg>
- [8] Osnove fizikalnih merjenj in merilnih sistemov (DMFA), *Andrej Likar*, 2001.
- [9] A practical guide to Basic Statistical Techniques for Data Analysis in Cosmology, Licia Verde
- [10] Seminar: Gravitacijske leče, Gregor Vek